I. Pro zadané vektory vypočtěte jejich součet, rozdíl a skalární součin

1. $\vec{\mathbf{a}} = (2,-1,3,4)$, $\vec{\mathbf{b}} = (1,0,-2,2)$. $\vec{\mathbf{a}} + \vec{\mathbf{b}} = (3,-1,1,6)$, $\vec{\mathbf{a}} - \vec{\mathbf{b}} = (1,-1,5,2)$, $\vec{\mathbf{a}}.\vec{\mathbf{b}} = 4$.

2. $\vec{\mathbf{a}} = (0,5,-3)$, $\vec{\mathbf{b}} = (2,1,-2)$. $\vec{\mathbf{a}} + \vec{\mathbf{b}} = (2,6,-5)$, $\vec{\mathbf{a}} - \vec{\mathbf{b}} = (-2,4,-1)$, $\vec{\mathbf{a}}.\vec{\mathbf{b}} = 11$.

3. $\vec{\mathbf{a}} = (1,-1,1,1)$, $\vec{\mathbf{b}} = (3,0,0,2)$. $\vec{\mathbf{a}} + \vec{\mathbf{b}} = (4,-1,1,3)$, $\vec{\mathbf{a}} - \vec{\mathbf{b}} = (-2,-1,1,-1)$, $\vec{\mathbf{a}}.\vec{\mathbf{b}} = 5$.

4. $\vec{\mathbf{a}} = (5,3,4)$, $\vec{\mathbf{b}} = (1,-5,2)$. $\vec{\mathbf{a}} + \vec{\mathbf{b}} = (6,-2,6)$, $\vec{\mathbf{a}} - \vec{\mathbf{b}} = (4,8,2)$, $\vec{\mathbf{a}}.\vec{\mathbf{b}} = -2$.

5. $\vec{\mathbf{a}} = (2,-3,3,1,5)$, $\vec{\mathbf{b}} = (1,0,2,2)$. Nemá řešení.

II. Jsou dány vektory $\vec{\mathbf{a}} = (a_1, a_2, ..., a_n)$, $\vec{\mathbf{b}} = (b_1, b_2, ..., b_n)$. Vypočtěte $\vec{\mathbf{c}}$.

1. $\vec{\mathbf{a}} = (2,-1,3,4)$, $\vec{\mathbf{b}} = (1,0,-2,2)$, $\vec{\mathbf{c}} = \vec{\mathbf{a}} - \mathbf{3}\vec{\mathbf{b}}$. $\vec{\mathbf{c}} = (-1,-1,9,-2)$

2. $\vec{\mathbf{a}} = (2,-3,5)$, $\vec{\mathbf{b}} = (-1,2,3)$, $\vec{\mathbf{c}} = 3\vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}}$. $\vec{\mathbf{c}} = (4,-5,21)$

3. $\vec{\mathbf{a}} = (1,-1,1,1)$, $\vec{\mathbf{b}} = (1,0,2,2)$, $\vec{\mathbf{c}} = 2\vec{\mathbf{a}} - \vec{\mathbf{b}}$. $\vec{\mathbf{c}} = (1,-2,0,0)$

4. $\vec{\mathbf{a}} = (2,-4)$, $\vec{\mathbf{b}} = (-2,2)$, $\vec{\mathbf{c}} = 5\vec{\mathbf{a}} + \mathbf{3}\vec{\mathbf{b}}$. $\vec{\mathbf{c}} = (4,-14)$

5. $\vec{\mathbf{a}} = (2,-3,3,1,5)$, $\vec{\mathbf{b}} = (1,0,-2,2,3)$, $\vec{\mathbf{c}} = 2\vec{\mathbf{a}} - \mathbf{3}\vec{\mathbf{b}}$. $\vec{\mathbf{c}} = (1,-6,12,-4,1)$

III. Napište vektor $\vec{\mathbf{v}}$, který je lineární kombinací zadaných vektorů s danými koeficienty

1. $\vec{\mathbf{v}}_1 = (-1,-2,0)$, $\vec{\mathbf{v}}_2 = (3,0,1)$, $\vec{\mathbf{v}}_3 = (2,-1,1)$, $k_1 = 2$, $k_2 = 1$, $k_3 = 3$. $\vec{\mathbf{v}} = (7,-7,4)$
2. $\vec{\mathbf{v}}_1 = (1,-2,0,3)$, $\vec{\mathbf{v}}_2 = (2,3,-2,1)$, $k_1 = 4$, $k_2 = -2$. $\vec{\mathbf{v}} = (0,-14,4,10)$
3. $\vec{\mathbf{v}}_1 = (0,-1,5)$, $\vec{\mathbf{v}}_2 = (1,2,3)$, $\vec{\mathbf{v}}_3 = (2,-1,-3)$, $k_1 = 1$, $k_2 = 2$, $k_3 = -2$. $\vec{\mathbf{v}} = (-2,5,17)$
4. $\vec{\mathbf{v}}_1 = (3,1,2)$, $\vec{\mathbf{v}}_2 = (2,4,1)$, $k_1 = 3$, $k_2 = -4$. $\vec{\mathbf{v}} = (1,-13,2)$

IV. Vyjádřete vektor $\vec{\mathbf{v}}$ jako lineární kombinaci vektorů $\vec{\mathbf{v}}_1, \vec{\mathbf{v}}_2$, je-li

1. $\vec{\mathbf{v}} = (21,-1)$, $\vec{\mathbf{v}}_1 = (-3,2)$, $\vec{\mathbf{v}}_2 = (5,1)$ $\vec{\mathbf{v}} = -\mathbf{2}\vec{\mathbf{v}}_1 + \mathbf{3}\vec{\mathbf{v}}_2$
2. $\vec{\mathbf{v}} = (4,3)$, $\vec{\mathbf{v}}_1 = (1,-1)$, $\vec{\mathbf{v}}_2 = (-3,3)$ nemá řešení
3. $\vec{\mathbf{v}} = (5,-4,1)$, $\vec{\mathbf{v}}_1 = (2,-1,1)$, $\vec{\mathbf{v}}_2 = (1,1,2)$ $\vec{\mathbf{v}} = \mathbf{3}\vec{\mathbf{v}}_1 - \vec{\mathbf{v}}_2$
4. $\vec{\mathbf{v}} = (2,4,1)$, $\vec{\mathbf{v}}_1 = (3,1,2)$, $\vec{\mathbf{v}}_2 = (-1,2,1)$ $\vec{\mathbf{v}}$ nelze vyjádřit jako lineární kombinaci vektorů $\vec{\mathbf{v}}_1, \vec{\mathbf{v}}_2$

V. Vyjádřete vektor $\vec{\mathbf{b}}$ jako lineární kombinaci vektorů $\vec{\mathbf{a}}_1, \vec{\mathbf{a}}_2, \vec{\mathbf{a}}_3$, je-li dáno

1. $\vec{\mathbf{b}} = (1, -2, 5), \vec{\mathbf{a}}_1 = (1, 1, 1), \vec{\mathbf{a}}_2 = (1, 2, 3), \vec{\mathbf{a}}_3 = (2, -1, 1)$ $\quad$ $\vec{\mathbf{b}} = -6\vec{\mathbf{a}}_1 + 3\vec{\mathbf{a}}_2 + 2\vec{\mathbf{a}}_3$
2. $\vec{\mathbf{b}} = (4, 1, 4), \vec{\mathbf{a}}_1 = (3, 0, 3), \vec{\mathbf{a}}_2 = (2, 0, 2), \vec{\mathbf{a}}_3 = (1, 1, 1)$ $\quad$ existuje nekonečně mnoho takových lineárních kombinací
3. $\vec{\mathbf{b}} = (-4, -2, -3), \vec{\mathbf{a}}_1 = (1, -2, 1), \vec{\mathbf{a}}_2 = (8, 4, 6), \vec{\mathbf{a}}_3 = (2, -1, 0)$ $\quad$ $\vec{\mathbf{b}} = -\frac{1}{2}\vec{\mathbf{a}}_2$

VI. Rozhodněte o lineární závislosti případně nezávislosti zadaných vektorů

1. $(3, 1), (0, 1)$ $\quad$ nezávislé
2. $(-2, 6), (1, -3)$ $\quad$ závislé
3. $(-1, -2, 0), (3, 0, 1), (2, -1, 1)$ $\quad$ nezávislé
4. $(2, 1, 0), (0, 1, 2), (4, 1, -2), (1, 1, 1)$ $\quad$ závislé
5. $(1, 0, -1, 0), (0, 1, 1, -1), (2, 3, 1, -3)$ $\quad$ závislé
6. $(1, 3, 5, 7), (0, 2, 5, 1), (0, 0, 2, -1), (0, 0, 0, 5)$ $\quad$ nezávislé